

平成 29 年度 呉工業高等専門学校
専攻科入学試験問題 (共通)
【数 学】

受験番号 S

すべての問題に答えよ。解答は指定された解答用紙に記入すること。

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) A の固有値 λ_1, λ_2 ($\lambda_1 \leq \lambda_2$) と、それぞれに対応する固有ベクトル \vec{x}_1, \vec{x}_2 を求めよ。
- (2) A で表される平面上の変換によって、曲線 $5x^2 - 14xy + 10y^2 = 1$ はどのような曲線に移されるか。

2 次の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき、不等式 $e^x > \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ。
- (2) (1) を利用して、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ を導け。

3 半球の内部 $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, z \geq 0$ と円柱の内部 $x^2 + y^2 \leq ax, z \geq 0$ の共通部分のうち、 $y \geq 0$ の部分の体積を求めよ。但し、 a を正の定数とする。

4 $y = y(x)$ とする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) $y' + \frac{2}{x}y = 0$ の一般解を求めよ。
- (2) y の微分方程式

$$xy' - y = xy^3 \quad \dots (*)$$

を考える。

- (i) $z = y^{-2}$ とおくことで、(*) を z についての微分方程式で表せ。
- (ii) (*) の一般解を求めよ。