

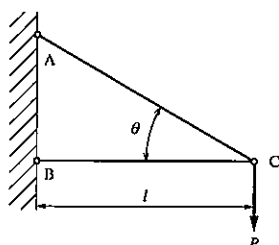
令和9年度 呉工業高等専門学校
専攻科入学試験解答用紙 (専門科目【機械系】)
【出題分野】材料力学

受験番号 S

問題Ⅰ. 下図のように、部材 AC, BC からなるトラスの C 点に引張荷重 $P = 20 \text{ kN}$ を加えた時、以下の設問に答えよ。

ただし、部材 AC, BC の断面積 $A = 5 \text{ cm}^2$ 、長さ $l = 4 \text{ m}$ 、角度 $\theta = 30^\circ$ 、縦弾性係数 $E = 206 \text{ GPa}$ とする。

- (1) 部材 AC に生じる応力 σ_1 、部材 BC に生じる応力 σ_2 を求めよ。
- (2) 部材 AC の変位 λ_1 、部材 BC の変位 λ_2 を求めよ。
- (3) C 点の垂直方向変位 (トラス全体の変位) δ を求めよ。



(1) 部材 AC に生じる内力を Q_1 、部材 BC に生じる内力を Q_2 とおくと、水平方向の力の釣合より

$$Q_1 \cos \theta = Q_2 \quad \text{②点}$$

垂直方向の力の釣合より

$$Q_1 \sin \theta = P \quad \text{②点}$$

$$Q_1 = \frac{P}{\sin \theta} \quad \text{③点}$$

$$Q_2 = Q_1 \cos \theta = \frac{P \cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{③点}$$

部材 AC に生じる応力 σ_1

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{Q_1}{A} = \frac{P}{A \sin \theta} = \frac{20 \times 10^3}{5 \times 10^{-4} \times \sin(30^\circ)} \\ &= 80 \times 10^6 \text{ (Pa)} = 80 \text{ (MPa)} \quad \text{(引張応力) ③点} \end{aligned}$$

部材 BC に生じる応力 σ_2

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{Q_2}{A} = \frac{P \cos \theta}{A \sin \theta} = \frac{20 \times 10^3 \times \cos(30^\circ)}{5 \times 10^{-4} \times \sin(30^\circ)} \\ &= 69.3 \times 10^6 \text{ (Pa)} = 69.3 \text{ (MPa)} \quad \text{(圧縮応力) ③点} \end{aligned}$$

(2) 部材 AC の変位 λ_1

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\sigma_1 l}{E \cos \theta} = \frac{80 \times 10^6 \times 4}{206 \times 10^9 \times \cos(30^\circ)} \\ &= 1.79 \times 10^{-3} \text{ (m)} = 1.79 \text{ (mm)} \quad \text{(伸び) ⑧点} \end{aligned}$$

部材 BC の変位 λ_2

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{\sigma_2 l}{E} = \frac{69.3 \times 10^6 \times 4}{206 \times 10^9} \\ &= 1.35 \times 10^{-3} \text{ (m)} = 1.35 \text{ (mm)} \quad \text{(縮み) ⑧点} \end{aligned}$$

(3) C 点の垂直方向変位 (トラス全体の変位) δ

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{\lambda_1}{\sin \theta} + \frac{\lambda_2}{\tan \theta} = \frac{1.79}{\sin(30^\circ)} + \frac{1.35}{\tan(30^\circ)} \\ &= 5.92 \text{ (mm)} \quad \text{③点} \end{aligned}$$

50 点

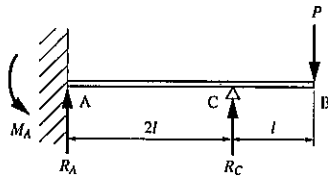
令和9年度 呉工業高等専門学校
専攻科入学試験解答用紙 (専門科目【機械系】)
【出題分野】材料力学

受験番号 S

問題Ⅱ. 下図に示す, 突出し端 B に集中荷重 P を受けるはりについて, 以下の設問に答えよ (数式で解答せよ).

ただし, はりの曲げこわさを EI とする.

- (1) 反力 R_A , R_C および固定端 A に生じる反モーメント M_A を求めよ.
(2) 突出し端 B のたわみ量 w を求めよ



- (1) R_A , R_C および M_A

力の釣合より

$$R_A + R_C = P \dots \text{①式} \quad \text{③点}$$

A 点まわりのモーメントの釣合より

$$2R_C l + M_A = 3Pl \dots \text{②式} \quad \text{③点}$$

A-C 間における曲げモーメント

$$M = R_A x - M_A \quad \text{③点}$$

たわみの微分方程式より

$$EI \frac{d^2 w}{dx^2} = -M = -R_A x + M_A$$

$$EI \frac{dw}{dx} = -R_A \frac{x^2}{2} + M_A x + c_1$$

$$EI w = -R_A \frac{x^3}{6} + M_A \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2$$

はりの境界条件より

$$x = 0 \text{ の時, } \frac{dw}{dx} = 0 \quad \therefore c_1 = 0$$

$$x = 0 \text{ の時, } w = 0 \quad \therefore c_2 = 0$$

$$x = 2l \text{ の時, } w = 0$$

$$-R_A \frac{(2l)^3}{6} + M_A \frac{(2l)^2}{2} = 0$$

$$-\frac{4R_A l^3}{3} + 2M_A l^2 = 0 \dots \text{③式} \quad \text{③点}$$

②式より

$$M_A = 3Pl - 2R_C l$$

①式より

$$R_C = P - R_A$$

$$M_A = 3Pl - 2(P - R_A)l = Pl + 2R_A l$$

③式より

$$-\frac{4R_A l^3}{3} + 2(Pl + 2R_A l)l^2 = 0$$

$$-\frac{4R_A l^3}{3} + 2Pl^3 + 4R_A l^3 = 0$$

$$\frac{8R_A l^3}{3} + 2Pl^3 = 0$$

$$R_A = -\frac{3P}{4} \quad \text{⑧点}$$

①式より

$$R_C = P - R_A = P + \frac{3P}{4} = \frac{7P}{4} \quad \text{⑧点}$$

②式より

$$M_A = 3Pl - 2R_C l = 3Pl - 2l \frac{7P}{4} = -\frac{Pl}{2} \quad \text{⑧点}$$

- (2) 突出し端 B のたわみ量 w

【A-C 間】 $0 \leq x \leq 2l$

$$M = R_A x - M_A = -\frac{3Px}{4} + \frac{Pl}{2} \quad \text{③点}$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = -\frac{3x}{4} + \frac{l}{2}$$

$$M \frac{\partial M}{\partial P} = P \left(\frac{9x^2}{16} - \frac{3lx}{4} + \frac{l^2}{4} \right)$$

【B-C 間】 $2l \leq x \leq 3l$

$$M = -P(3l - x) \quad \text{③点}$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = -(3l - x)$$

$$M \frac{\partial M}{\partial P} = P(3l - x)^2$$

カステイリアノの定理より

$$w = \frac{P}{EI} \int_0^{2l} \left(\frac{9x^2}{16} - \frac{3lx}{4} + \frac{l^2}{4} \right) dx + \frac{P}{EI} \int_{2l}^{3l} \{(3l - x)^2\} dx$$

$$= \frac{P}{EI} \left[\frac{3x^3}{16} - \frac{3lx^2}{8} + \frac{l^2 x}{4} \right]_0^{2l} + \frac{P}{EI} \left[-\frac{(3l - x)^3}{3} \right]_{2l}^{3l}$$

$$= \frac{Pl^3}{EI} \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5Pl^3}{6EI} \quad \text{⑧点}$$

50 点

令和9年度 呉工業高等専門学校

専攻科入学試験解答用紙 (専門科目【機械系】)

【出題分野】 水力学

計 100 点

受験番号 S

問題 I

図に示すようにサイフォンを利用してタンク内の水を流出させている。流量 Q および点 A のゲージ圧 P を求めよ。サイフォンの内径は 5.0cm 、タンク内の水位は一定、エネルギー損失はないものとする。

解答例:

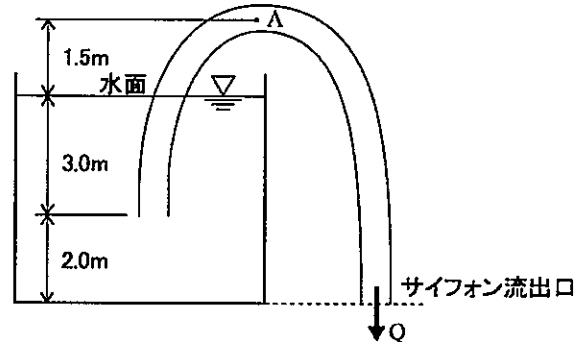
水面とサイフォン流出口において、ベルヌーイの定理より次式を得る。

ここで、水面およびサイフォン流出口は大気圧 $p_0 = 0$,サイフォンの流出口の流速は v 、水面での流速は 0 、水の密度は ρ とする。

$$\frac{0^2}{2g} + \frac{p_0}{\rho g} + 5 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_0}{\rho g} + 0$$

$$v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 5} = 9.9 \text{ m/s}$$

$$Q = 9.9 \times \frac{\pi \times 0.05^2}{4} = 0.0194 \text{ m}^3/\text{s}$$

点 A とサイフォン流出口において、ベルヌーイの定理より次式を得る。なお、点 A とサイフォン流出口の流速 v は等しいと仮定する。

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p_A}{\rho g} + 6.5 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_0}{\rho g} + 0$$

$$\frac{p_A}{\rho g} + 6.5 = \frac{p_0}{\rho g}$$

$$p_A = p_0 - 6.5\rho g$$

ゲージ圧で求めるとすれば、 $p_0 = 0$ となる。

$$p_A = -6.5\rho g = -6.5 \times 1000 \times 9.8 = -63700 \text{ Pa} = -63.7 \text{ kPa}$$

問題 II

埋設されている水道管の途中が詰り、水が流れなくなった。不通箇所を特定するために、図に示すように、その上流にあるバルブを閉じて密閉空間を作り、適当な位置に直立管を設置した。この空間を水で満たし、直立管内のピストンを l だけ押し込んで圧縮したところ、密閉空間内の水の圧力が Δp 上昇した。水道管の内径を D 、直立管の内径を d 、バルブ V と不通箇所 C までの距離を L 、水の体積弾性係数を K として、 L を求める式を導出せよ。ただし、直立管内の水の体積は、密閉空間の水の体積に比べて小さく、無視できるものとする。また、水道管および直立管の変形は無視する。

解答例:

圧力変化 Δp 、体積変化率 $\Delta V/V$ および体積弾性係数 K の間には次の関係がある。

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

ここで、 ΔV は水の圧縮量で、 $-\Delta V = \pi d^2 l / 4$ V は密閉空間の体積で、 $V = \pi D^2 L / 4$

である。これらを上式に代入すると、

$$\Delta p = K \frac{\pi d^2 l / 4}{\pi D^2 L / 4}$$

$$\text{よって、} L = K \frac{d^2 l}{D^2 \Delta p}$$

