編入学試験問題

電磁気学

半径がそれぞれ a, b ($a > b$)の同心球殻の外殻を接地した場合と、内殻を接地した場合との電気容量の比を求めよ。ただし外殻の両側には空気があるものとする。

外殻を接地したときの内殻の電位 V は、内殻の電荷を Q とすると

$$V = -\int_a^b \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$

したがって容量 C は

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{a-b}$$

10点、

内殻を接地すると外殻は内殻に対して容量をもつうえ、外界に対しても容量をもつので、その容量 C' は

$$C' = C_1 + C_2$$

内外両球殻の電位差は V であるから、外殻の電荷を Q とすれば C_1 は C に等しく

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{a-b}$$

また C_2 は孤立した球状導体の容量なので

$$C_2 = 4\pi\varepsilon_0 a$$

$$\therefore\ C' = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{a-b} + 4\pi\varepsilon_0 a = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a^2}{a-b}$$

10点、

よって求める比は

$$\frac{C}{C'} = \frac{b}{a}$$

5点、

I [A]の電流が半径 a [cm] の円形回路に流れるとき、円の軸上で円心から b [cm] の距離につくる磁場の強さを計算せよ。

円周の微小部分 Δs に流れる電流 I による P 点での磁場の強さ ΔH は

$$\Delta H = \frac{I\,sin\theta}{4\pi r^2}\Delta S$$

このとき

$$r = \sqrt{a^2+b^2}, \quad \sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

10点、

$$\therefore H = \int_0^{2\pi a}\frac{I\,sin\theta}{4\pi r^2}ds = \int_0^{2\pi a}\frac{aI\,ds}{4\pi(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{a^2 I}{2(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad [A/m]$$

5点

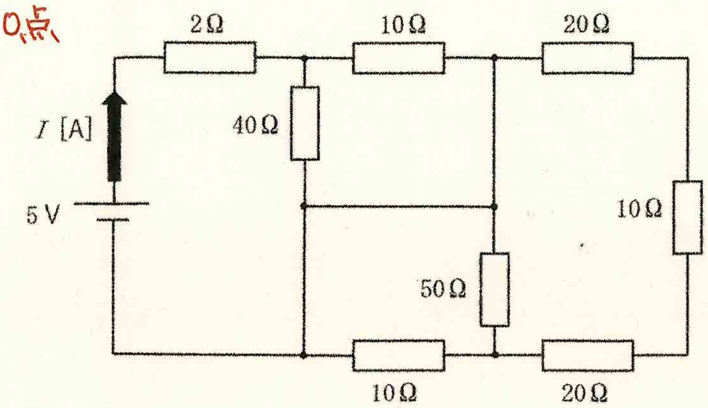
10点、　単位無しは −4点、

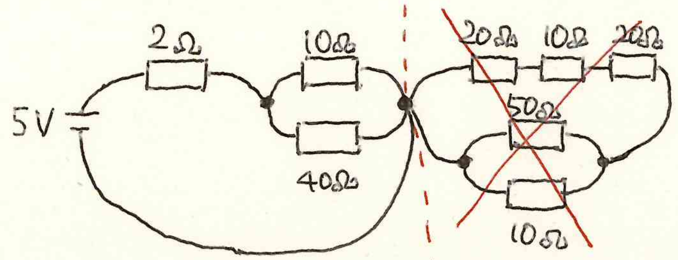
計50点、

問 3.

(1) 次の回路図において，電流 I を〔A〕求めなさい。

10点、





$$\therefore I = \frac{5}{2+\frac{10\times 40}{10+40}} = \frac{5}{2+8} = \frac{5}{10}$$

5点、

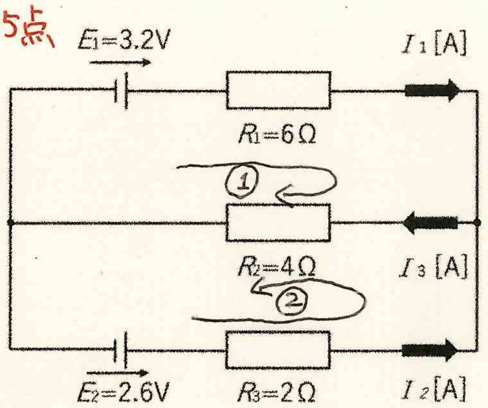
$$= 0.5[A]$$

5点、

単位無しは−2点、

(2) 次の回路図において，電流 I_1，I_2，I_3〔A〕を求めなさい。ただし，電流の向きは，図の矢印の向きとする。

15点、



$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 - I_1$

$E_1 + (-R_1 I_1) + (-R_2 I_3) = 0 \cdots ①$

$3.2 - 6I_1 - 4I_3 = 0$

$6I_1 + 4I_3 = 3.2$

$E_2 + (-R_3 I_2) + (-R_2 I_3) = 0 \cdots ②$

$2.6 - 2I_2 - 4I_3 = 0$

$2I_2 + 4I_3 = 2.6$

$2(I_3 - I_1) + 4I_3 = 2.6$

$-2I_1 + 6I_3 = 2.6$

$6I_1 + 4I_3 = 3.2$

$+)\ -6I_1 + 18I_3 = 7.8$

$22I_3 = 11$

$I_3 = 0.5[A]$

$I_1 = 3I_3 - 1.3$

$= 3\cdot 0.5 - 1.3 = 0.2[A]$

$I_2 = 0.5 - 0.2 = 0.3[A]$

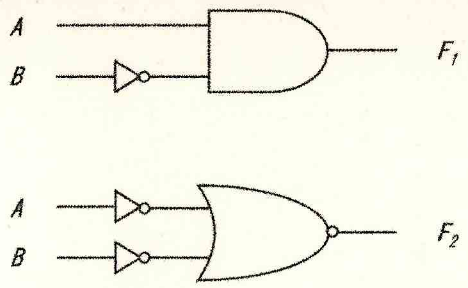
$I_1 = 0.2[A]$, $I_2 = 0.3[A]$, $I_3 = 0.5[A]$

5点　5点　5点、

単位無しは−2点、

問 4.

10点、(1) 次の回路の真理値表を完成させなさい。



真理値表

A	B	F_1	F_2
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1

5点　5点、

15点、(2) 2 つの入力 A, B の大小関係を出力する比較回路の真理値表を完成させ，真理値表から論理式を求め，比較回路の図記号を求めなさい。ここで，3 つの出力 F_1 を $A > B$, F_2 を $A = B$, F_3 を $A < B$ とする。

真理値表

A	B	F_1	F_2	F_3
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0

5点

論理式

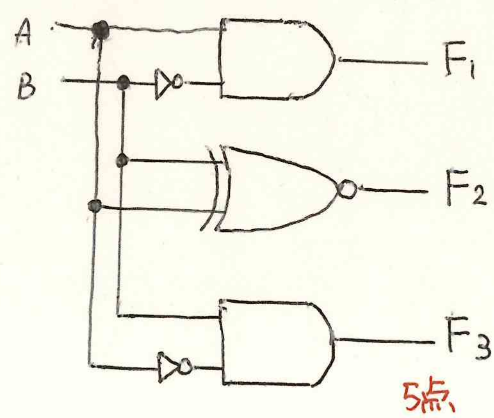
$F_1 = A\cdot\overline{B}$

$F_2 = \overline{A}\cdot\overline{B} + A\cdot B$

$F_3 = \overline{A}\cdot B$

5点、

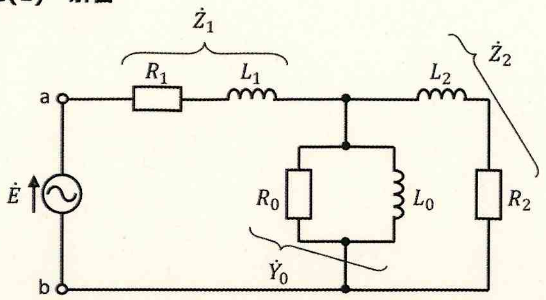
比較回路の図記号

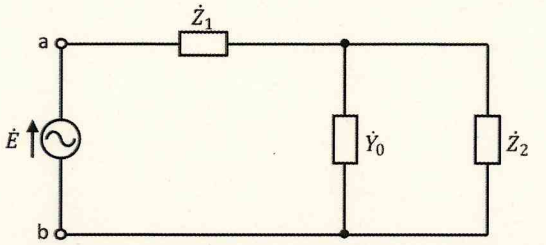


5点、

解答例　計 50点

問1(1)　解答





$$\dot{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$$
$$\dot{Y}_0 = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{j\omega L_0}$$
$$\dot{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2$$

$$\dot{Y}_2 = \frac{1}{\dot{Z}_2} = \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}$$
$$\dot{Y}_{02} = \dot{Y}_0 + \dot{Y}_2 = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{j\omega L_0} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}$$
$$\dot{Z}_{02} = \frac{1}{\dot{Y}_{02}} = \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{j\omega L_0} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}}$$
$$\dot{Z}_{012} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_{02} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{j\omega L_0} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}}$$

7点

$$\frac{\dot{Z}_0\,\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2}$$

$$\dot{Z}_0 = \frac{j\omega L_0 R_0}{R_0 + j\omega L_0}$$

問1(2)　解答

$R_0 = 10,\quad R_1 = 4,\quad R_2 = 1$
$j\omega L_0 = j10,\quad j\omega L_1 = j3,\quad j\omega L_2 = j3$

$$\dot{Z}_{012} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{j\omega L_0} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}}$$
$$= 4 + j3 + \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j10} + \frac{1}{1+j3}} = 4 + j3 + \frac{1}{\frac{1-j}{10} + \frac{1-j3}{10}}$$
$$= 4 + j3 + \frac{10}{2 - j4} = 4 + j3 + \frac{10(2+j4)}{20}$$
$$= 4 + j3 + 1 + j2$$
$$= 5 + j5$$

力率：

$$\cos\theta = \cos\theta_Z = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{5}{\sqrt{(5)^2 + (5)^2}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

電源電圧と実効値[V]：

$\dot{V} = 100$
$V = \sqrt{(100)^2 + (0)^2} = 100$

電流と実効値[A]：

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}_{012}} = \frac{100}{5 + j5} = \frac{100(5 - j5)}{50} = 10 - j10$$
$$I = \sqrt{(10)^2 + (-10)^2} = 10\sqrt{2}$$

有効電力[W]：

$$P = IV\cos\theta = 10\sqrt{2} \times 100 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1000$$

7点
計算ミスは −4点

解答例

問1(3)　解答

a-b間のインピーダンス：

$\dot{Z}_{012} = 5 + j5$

インピーダンスの虚部が正のため，コンデンサを接続する.

力率改善後のインピーダンス

$$\dot{Z} = \dot{Z}_{012} - j\frac{1}{\omega C} = 5 + j5 - j\frac{1}{\omega C} = 5 + j\left(5 - \frac{1}{\omega C}\right)$$

改善後のインピーダンスの虚部を0にするCを求める.

$$5 - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\frac{1}{\omega C} = 5$$

$$C = \frac{1}{100 \times 5} = \frac{1}{500} = 0.002$$

コンデンサのキャパシタンス：

0.002 [F]

8点

計算ミスは－4点

問2(1)　解答

1次回路

$$\dot{E} = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 + \dot{Z}_\mathrm{A} \dot{I}_1$$
$$= (j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A})\dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$$

2次回路

$$0 = -j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + \dot{Z}_2 \dot{I}_2$$
$$= -j\omega M \dot{I}_1 + (j\omega L_2 + \dot{Z}_2)\dot{I}_2$$

7点

問2(2)　解答

(1)の1次回路と2次回路より，

$$\dot{E} = (j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A})\dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \qquad \text{(a)}$$
$$0 = -j\omega M \dot{I}_1 + (j\omega L_2 + \dot{Z}_2)\dot{I}_2 \qquad \text{(b)}$$

(a) × $(j\omega L_2 + \dot{Z}_2)$ + (b) × $j\omega M$より，

$$(j\omega L_2 + \dot{Z}_2)\dot{E} = (j\omega L_2 + \dot{Z}_2)(j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A})\dot{I}_1 + \omega^2 M^2 \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_1 = \frac{(j\omega L_2 + \dot{Z}_2)\dot{E}}{(j\omega L_2 + \dot{Z}_2)(j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A}) + \omega^2 M^2}$$

$$= \frac{\dot{E}}{j\omega L_1 + \dfrac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + \dot{Z}_2} + \dot{Z}_\mathrm{A}}$$

7点

式変形ミスは－4点

問2(3)　解答

(1)の1次回路と2次回路より，

$$\dot{E} = (j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A})\dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \qquad \text{(a)}$$
$$0 = -j\omega M \dot{I}_1 + (j\omega L_2 + \dot{Z}_2)\dot{I}_2 \qquad \text{(b)}$$

(a) × $j\omega M$ + (b) × $(j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A})$より，

$$j\omega M \dot{E} = \omega^2 M^2 \dot{I}_2 + (j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A})(j\omega L_2 + \dot{Z}_2)\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M \dot{E}}{(j\omega L_1 + \dot{Z}_\mathrm{A})(j\omega L_2 + \dot{Z}_2) + \omega^2 M^2}$$

7点

式変形ミスは－4点

問2(4)　解答

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{E}}{\dfrac{\dot{E}}{j\omega L_1 + \dfrac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + \dot{Z}_2} + \dot{Z}_\mathrm{A}}}$$

$$= j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + \dot{Z}_2} + \dot{Z}_\mathrm{A}$$

7点