令和８年度　呉工業高等専門学校

専攻科入学試験　（電気情報工学系　模範解答）

問１（４０点）

導体内部，表面から a[m]の位置に鏡像電荷$-Q$[C]を考える。
両電荷の中点より導体表面上，距離 x の位置に生ずる電界は，点電荷 Q[C]による電界を E_1 とし，
導体に垂直な線分と点電荷から x に引いた線分のなす角を θ とすると，

$$E=-2\cdot E_1\cos\theta$$
$$=-2\cdot\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(a^2+x^2)}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$
$$=-\frac{aQ}{2\pi\varepsilon_0(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

導体表面の電荷密度 σ [C/m2]と導体表面の電界 E の関係式，

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

より，導体表面の電荷密度は，

$$\sigma=-\frac{aQ}{2\pi(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

問２（４０点）

(1)
この回路に流れる電流を $i(t)=I_m\sin\omega t$ とすると、一周期に抵抗 R で消費されるエネルギ W_R は、

$$W_R=\int_0^T R(I_m\sin\omega t)^2dt=\frac{RI_m^2}{2}\int_0^T(1-\cos 2\omega t)dt=\frac{RI_m^2}{2}\left[t-\frac{1}{2\omega}\sin 2\omega t\right]_0^T=\frac{RI_m^2}{2}T \quad ①$$

ところでインダクタンスに蓄えられる瞬時磁気エネルギ w_L は

$$w_L=\int L\frac{di(t)}{dt}i(t)dt=L\int i(t)di=\frac{1}{2}Li(t)^2$$

より磁気エネルギの時間的平均値 W_L は、

$$W_L=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{L}{2}(I_m\sin\omega t)^2dt=\frac{LI_m^2}{4T}\int_0^T(1-\cos 2\omega t)dt=\frac{LI_m^2}{4T}\left[t-\frac{1}{2\omega}\sin 2\omega t\right]_0^T=\frac{LI_m^2}{4} \quad ②$$

次にコンデンサに蓄えられる瞬時静電エネルギ w_C は、コンデンサ両端の電圧を v(t)として、

$$w_C=\int C\frac{dv(t)}{dt}v(t)dt=C\int v(t)dv=\frac{1}{2}Cv(t)^2$$

v(t)を i(t)で表すと $v(t)=\frac{1}{C}\int i(t)dt=\frac{1}{C}\int I_m\sin\omega t dt=-\frac{I_m\cos\omega t}{\omega C}$ ゆえ、

$$w_C=\frac{1}{2}Cv(t)^2=\frac{1}{2}C\frac{I_m^2\cos^2\omega t}{\omega^2C^2}=\frac{I_m^2\cos^2\omega t}{2\omega^2C}$$

静電エネルギの時間的平均値 W_C は、

$$W_C=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{I_m^2\cos^2\omega t}{2\omega^2 C}dt=\frac{I_m^2}{4\omega^2 CT}\int_0^T(1+\cos 2\omega t)dt=\frac{I_m^2}{4\omega^2 CT}\left[t+\frac{1}{2\omega}\sin 2\omega t\right]_0^T=\frac{I_m^2}{4\omega^2 C}\quad ③$$

共振時は $\omega_0 L=1/\omega_0 C$ より式③は $W_C=\dfrac{I_m^2}{4\omega_0^2 C}=\dfrac{LI_m^2}{4}=W_L$ になる。

エネルギによるＱファクタの定義は $Q=2\pi\dfrac{\text{共振器に蓄えられるエネルギ}}{\text{一周期中における共振器の消費えエネルギ}}$ ゆえ、

$$Q=2\pi\frac{\dfrac{LI_m^2}{4}\times 2}{\dfrac{RI_m^2}{2}T}=2\pi\frac{L}{RT}=\frac{2\pi f_0 L}{R}$$ と求まる。

(2)

回路に流れる電流 $|I|$ 及び共振時の電流 $|I_0|$ の比は

$$\left|\frac{I}{I_0}\right|=\frac{R}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{1}{\omega CR}\right)^2}}$$

$\left|\dfrac{I}{I_0}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の時の角周波数をω_1、ω_2は、$\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{1}{\omega CR}=\pm 1$ 、すなわち $\omega^2\mp\dfrac{R}{L}\omega-\dfrac{1}{LC}=0$ 解として与えられる。これを解くと、

$$\omega=\frac{1}{2}\left[\pm\frac{R}{L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2+\frac{4}{LC}}\right]$$

より$\omega\geqq 0$を与える解は

$$\omega_1=\frac{1}{2}\left[-\frac{R}{L}+\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2+\frac{4}{LC}}\right]、\quad \omega_2=\frac{1}{2}\left[\frac{R}{L}+\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2+\frac{4}{LC}}\right]$$

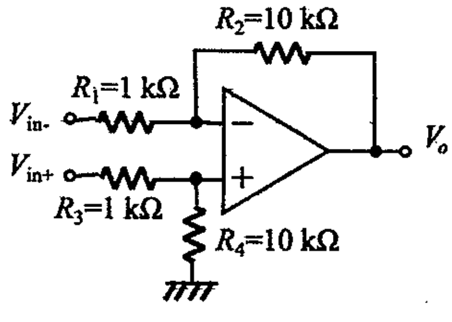
よって $\omega_2-\omega_1=\dfrac{R}{L}$ より、$Q=\dfrac{\omega_0 L}{R}=\dfrac{\omega_0}{\omega_2-\omega_1}=\dfrac{f_0}{f_2-f_1}$

問３（４０点）

下記の演算増幅器を用いた増幅回路において，以下の問いに答えなさい．ただし，図の演算増幅器は理想的な特性を持ち，その入力抵抗および電圧増幅度は極めて大きく，その出力抵抗は無視できるものとする．

(1) 入力端子に $V_{in-}=0$ [V]，$V_{in+}=V_2$ [V]を入力した時の出力電圧 V_0 を求めよ．

$$V_0=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)V_2\frac{R_4}{R_3+R_4}=11\frac{10}{11}V_2=10V_2$$



(2) 入力端子に $V_{in-}=V_1$ [V]，$V_{in+}=V_2$ [V]を入力した時の出力電圧 V_0 を求めよ．

V_{in-}のみ入力した時の出力電圧は

$$V_{o1}=-\frac{R_2}{R_1}v_1=-10v_1$$

よって，重ね合わせより，

$$V_o=-10V_1+10V_2=10(V_2-V_1)$$

問4（40点）

ベクトルポテンシャルの定義より　$B = rotA$

磁束の定義より　$\Phi = \int_S B \cdot ds$

従って　$\Phi = \int_S rotA \cdot ds$

ストークスの定理より　$\Phi = \int_S rotA \cdot ds = \oint_C A \cdot d\ell$

問5（40点）

回路方程式は、C_1、C_2に流れる電流を$i_1(t)$、$i_2(t)$として、

$$\frac{Q_1 - \int_0^t i_1(t)dt}{C_1} = \frac{Q_2 - \int_0^t i_2(t)dt}{C_2} = R\{i_1(t) + i_2(t)\}$$

これをラプラス変換すると、

$$\begin{cases} \dfrac{Q_1}{s} - \dfrac{I_1(s)}{s} = C_1RI_1(s) + C_1RI_2(s) \\ \dfrac{Q_2}{s} - \dfrac{I_2(s)}{s} = C_2RI_1(s) + C_2RI_2(s) \end{cases}$$

これを$I_1(s)$、$I_2(s)$についてまとめると、

$$\begin{cases} (C_1Rs + 1)I_1(s) + C_1RsI_2(s) = Q_1 \\ C_2RI_1(s) + (C_2Rs + 1)I_2(s) = Q_2 \end{cases}$$

よって、

$$I_1(s) = \frac{Rs(C_2Q_1 - C_1Q_2) + Q_1}{(C_1 + C_2)Rs + 1}, \qquad I_2(s) = \frac{Rs(C_1Q_2 - C_2Q_1) + Q_1}{(C_1 + C_2)Rs + 1}$$

より、

$$I(s) = I_1(s) + I_2(s) = \frac{Q_1 + Q_2}{(C_1 + C_2)Rs + 1} = \frac{Q_1 + Q_2}{(C_1 + C_2)R} \frac{1}{s + \dfrac{1}{(C_1 + C_2)R}}$$

上式を時間領域に変換すると、回路を流れる電流は、

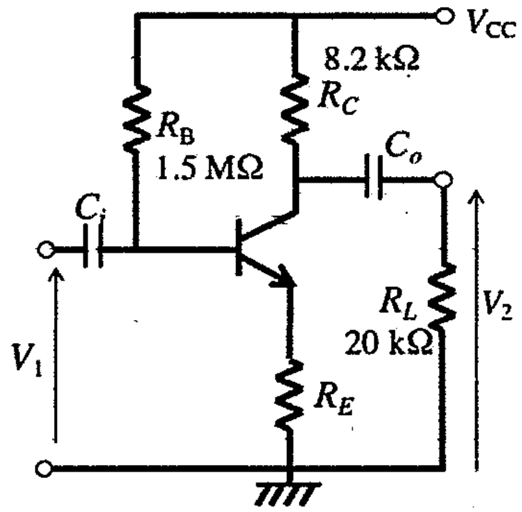
$$i(t) = \frac{Q_1 + Q_2}{(C_1 + C_2)R} e^{-\frac{1}{(C_1 + C_2)R}t}$$

で与えられる。

問6（40点）

下記の負帰還増幅回路について，以下の問いに答えよ．ただし，トランジスタの h パラメータはそれぞれ，$h_{ie}=15$ kΩ，$h_{fe}=140$，$h_{re}=h_{oe}=0$ とする．

(1) $R_E=0$ の時の中域周波数における電圧増幅度 A_v を求めよ．



$$V_1 = h_{ie} i_1$$

$$V_2 = h_{fe} i_1 R_L' \quad \text{ただし} R_L' = R_L \parallel R_C$$

$$A_v = -\frac{V_2}{V_1} = -\frac{h_{fe}}{h_{ie}} R_L'$$

$$= -\frac{140}{15k} \cdot \frac{8.2k \times 20k}{8.2k + 20k} = -\frac{140}{15k} \times 5.82k$$

$$= -54.28$$

(2) $R_E = 500\ \Omega$ の時の中域周波数における電圧増幅度 Av を求めよ．

$$V_2 = -i_2 R_L' = -i_1 h_{fe} R_L'$$

$$V_1 = i_1 h_{ie} + i_1 R_F + i_1 h_{fe} R_F$$

$$A_{vf} = -\frac{V_2}{V_1} = -\frac{h_{fe} R_L'}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_F}$$

$$= -\frac{140 \times 5.82k}{15k + (1 + 140) \times 500} = -9.53$$